

突出逻辑推理 加强应用能力考查

——2014年全国高考数学试题评析

■ 晨旭

摘要: 2014年高考数学试题以能力立意,稳中有新,体现了新课标的精神,体现了科学性、规范性和基础性的特点。试卷体现高考改革的方向,突出逻辑思维能力,重视考查考生的应用意识和创新意识,准确区分考生,有利于科学选拔人才,有利于学生健康成长,有利于促进社会公平。

关键词: 高考;数学试题;能力考查

【中图分类号】 G405

【文献标识码】 A

【文章编号】 1005-8427(2014)10-0014-4

2014年高考数学试卷遵循考试大纲的各项规定,试卷在总体结构、难易分布、考查内容等方面保持相对稳定。试题以能力立意,稳中有新,充分体现了新课标的精神,体现了科学性、规范性、基础性、公平性、选择性、选拔性的特点。试题对提高学生数学应用价值和文化价值的认识、促进学生理性思维习惯的养成,以及未来人生规划所必备的数学基础都发挥了积极的作用。

试卷从学科整体视角和思维价值高度命题,体现高考改革的方向,突出逻辑思维能力,重视考查考生的应用意识和创新意识,准确区分考生,有利于科学选拔人才,有利于学生健康成长,有利于促进社会公平。

1 注重基础性,突出逻辑推理能力

数学是培养理性思维的重要途径。数学科所蕴含的逻辑思维、所教授的推理方法、所训练的分析能力,都是在个人的发展过程和认知结构的建构过程中必不可少的。这些都体现了数学作为基础学科的作用。

数学科考试利用学科特点,深入考查逻辑推理能力。2014年高考数学把考查逻辑推理能力作为命题的首要任务,运用数学知识作为载体,考查逻辑推理能力的题目占到50%以上。

2014年考试中心进行了题型创新设计的专题研究,开发了考查逻辑推理能力的逻辑试题,从东部、中部、西部省份中各选取一省进行试测,每个省抽取省重点、市重点和一般学校的高三学生进行试测。测试结果表明,逻辑题更能有效考查逻辑思维能力。考后的座谈会上,学生认为逻辑题比较有趣,非常喜欢。试题不依赖具体的数学知识,面向全体考生,体现公平。教师认为这类试题能较好的考查逻辑思维能力,可以在今后的高考中引进。

为深入考查逻辑推理能力,2014年高考数学试卷首次出现逻辑题,选取三位同学讨论城市旅游的生活化场景,通过甲、乙、丙三位同学的对话,给出有关信息,要求考生从文字叙述(对话)中精确抽取有用信息,利用其中的逻辑关系,通过严密的逻辑推理,最终作出正确判断,体现了高考的改革方向。

例1: 甲、乙、丙三位同学被问到是否去过A,B,

C三个城市时,

甲说:我去过的城市比乙多,但没去过B城市;

乙说:我没去过C城市;

丙说:我们三人去过同一城市.

由此可判断乙去过的城市为_____.

高考后考生和教师对逻辑试题反应热烈,认为此类试题融逻辑问题于生动的对话情境中,有效地考查了学生的逻辑推理与判断能力。试题新颖生动,语言通俗易懂,贴近生活,具有实际意义,体现了数学来源于生活的思想。试题有利于提高学生学习的兴趣,对在中学教学中培养学生的逻辑思维能力,提升学生解决实际问题的能力等方面有着很好的引导作用,体现了新课标注重从实践中激发学生的学习兴趣,注重自主学习,注重理论和实际相结合的教学理念。

2 增强实践性,加强创新应用意识考查

数学源于生活与实践,数学知识是解决实际问题的有力工具,数学能力是一个公民必须具备的数学素养。高考中的创新应用能力要求考生能结合日常生活、其他学科、学习实践中的素材,发现问题、提出问题;应用所学的数学知识、思想方法,独立思考、探索和研究,分析问题和解决问题。

关注现实社会热点问题是2014年高考数学的试题的一个重要特点,通过解决社会热点问题考查应用数学工具和方法解决实际问题的能力。高考试题紧密结合社会实际和考生的现实生活,体现了数学在解决实际问题中的巨大作用和应用价值,体现了高考改革中加强应用性、实践性的特点。

2014年全国卷以“空气质量”这一社会热点为背景命题:根据以往资料,一天的空气质量为优良的概率是0.75,连续两天为优良的概率是0.6,如果知道今天的空气质量为优良,则明天空气质量为优良的概率是多少?要求考生应用统计与概率的方法对明天的天气进行预测,使考生领会统计与概率的应用价值。

拓宽试题素材来源,广泛涉及社会生活的诸多方面。2014年数学试题涉及农村居民家庭人均纯收入、参加公益活动、产品质量指标等背景。这些试题接地气,贴近考生的生活,让考生深深感受到数学活生生,就在他们的身边,生活中充满了数学气息。

例2:4位同学各自在周六、周日两天中任选一天参加公益活动,则周六、周日都有同学参加公益活动的概率为

- (A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{3}{8}$ (C) $\frac{5}{8}$ (D) $\frac{7}{8}$

试题考查概率的基本知识和基本方法,考查考生应用数学工具和数学方法分析实际问题,并解决问题的能力。引导考生关注生活中的数学问题,增强数学的应用意识。

例3:某地区2007年至2013年农村居民家庭人均纯收入 y (单位:千元)的数据如表1所示:

表1

年份(年)	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
年份代号 t	1	2	3	4	5	6	7
人均纯收入 y	2.9	3.3	3.6	4.4	4.8	5.2	5.9

(I)求 y 关于 t 的线性回归方程;

(II)利用(I)中的回归方程,分析2007年至2013年该地区农村居民家庭人均纯收入的变化情况,并预测该地区2015年农村居民家庭人均纯收入。

试题以农村居民家庭人均纯收入这一重要社会经济指标为载体,给出某地区2007年至2013年的数据,要求学生建立线性回归方程,达到考查学生根据数据建立线性回归方程的目的,同时考查学生对回归直线斜率的实际意义的理解。试题命制源于实际,贴近生活,理论联系实际,使考生领会统计与概率的应用价值。

3 提高综合性,考查数学通用方法

数学命题的一个重要特点就是加强试题的综合性,注重数学通用方法的考查,摒弃特殊的解题技巧。数学思想和方法是数学知识在更高层次上的抽象和概括,能够迁移并广泛应用于相关学科和

社会生活中。高考中考查的通用方法既包括具体的数学方法如数学归纳法、配方法、待定系数法、换元法、同一法等,还包括逻辑学的方法如分析法、综合法、归纳法、演绎法、反证法、穷举法等。这些方法在解决问题中发挥着重要的作用。

高考命题时以一道题为载体,呈现给考生的是一类题,通过做这道题让考生掌握解决这一类问题的通用方法,从而能举一反三,解决类似的很多新问题。如2014课标甲卷文科的概率统计题,表象是有关甲、乙两部门的中位数和概率的计算,实则想让考生掌握如下的数学思维:面对个体较多的总体的估计问题,第一步先用合理的抽样方法获取样本,第二步估计样本的特征,最后依此来估计总体,做出预测。

深入考查思维的灵活性是试题的另一个突出表征。高考试题在命制时充分考虑到考生数学能力的个体差异,绝大多数试题的解答方法、方式不是唯一,而是多种多样。基础好、能力强的考生可以通过深入的思考找到简捷的途径,快速解决问题,而基础一般、能力中等的考生运用基本的方法也能解决问题,只是作答比较繁琐、用时较多。如不少选择题只需动笔画一画,稍加估计,排除错误选项就能做出正确选择;解答题大都有多种解法。通过这样的设计,为不同基础和能力的考生搭建思维平台,同时为优秀的考生灵活运用数学知识、思想方法解决问题提供了施展才华的广阔空间。

例 4: 已知 A, B, C 为圆 O 上的三点,若 $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$, 则 \overrightarrow{AB} 与 \overrightarrow{AC} 的夹角为_____。

本题结合圆的知识考查向量的概念和几何意义,考查考生熟练运用平面向量基本定理,用定义计算向量和、数量积,并结合平面几何知识求向量夹角的能力;同时也可以考查考生利用坐标法计算向量和、数量积并求向量夹角的能力。试题使数和形有机结合,解题方法灵活多样,体现了数学的通性通法,特别是数形结合的思想方法。

思路 1. 由向量加法的平行四边形法则及 $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$, 知圆心 O 为线段 BC 的中点. 即 BC 为圆 O 的直径, 所以 \overrightarrow{AB} 与 \overrightarrow{AC} 的夹角为 90° .

思路 2. 由 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OC}$. 又 $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$, 得 $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 0$, 即圆心 O 为线段 BC 的中点. 所以 BC 为圆 O 的直径, 故 \overrightarrow{AB} 与 \overrightarrow{AC} 的夹角为 90° .

思路 3. 由 $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$ 得 $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = -\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) + \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC})$.

又由 A, B 为圆 O 上的点, 可知 $|\overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{OA}|$, 即 $|\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})| = |\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC})|$.

因此 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$. 所以 \overrightarrow{AB} 与 \overrightarrow{AC} 的夹角为 90° .

思路 4. 以 O 为坐标原点, 以 \overrightarrow{OA} 为 x 轴正方向, $|\overrightarrow{OA}|$ 为单位长, 建立平面直角坐标系. 则 $A(1, 0)$.

设 $B(x_1, y_1)$, $C(x_2, y_2)$, 则 $\overrightarrow{AO} = (-1, 0)$, $\overrightarrow{AB} = (x_1 - 1, y_1)$, $\overrightarrow{AC} = (x_2 - 1, y_2)$.

$$\text{由 } \overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \text{ 得 } \begin{cases} -1 = \frac{1}{2}(x_1 + x_2) - 1, \\ 0 = \frac{1}{2}(y_1 + y_2). \end{cases}$$

因此 $x_2 = -x_1$, $y_2 = -y_1$, 即圆心 O 为线段 BC 的中点, BC 为圆 O 的直径.

所以 \overrightarrow{AB} 与 \overrightarrow{AC} 的夹角为 90° .

4 体现选拔性, 发挥区分功能

高考的主要目的是服务不同层次的高校选拔新生。数学科考试具有结果客观、评分误差小的特点,能有效区分不同层次考生的能力水平。2014年数学命题的基本指导思想是合理调整试题难度,发挥区分功能。

高考试题并不是越难越好,而是要根据考生的水平,设置合理的难度。近年来,考生占同龄人比例不断增长,考生相对人数不断增加,造成了考生群体水平的变化。数学科高考根据这种趋势,适度

把握试卷整体难度,使试题水平与考生水平达到相对的平衡,合理区分不同层次的考生,为高校录取新生提供了有效的数学成绩。

设置多层次难度的试题。2014年数学试题设置了各种难度的试题,易、中、难三种试题的比例为3:5:2。并且试题由易到难排列,有利于稳定考生心态,促进考生发挥正常水平。试卷中各种题型相互配合,全面考查考生的数学素养。各种题型相互配合,全面考查学生的数学素养。选择题主要考查构成中学数学的基础知识,以考生最熟悉的知识为载体来呈现,体现面向全体考生、注重考查基础知识的特点。解答题主要考查与大学学习和今后生活密切相关的能力要求。

在数学命题中,分梯度设置单题难度是一个主要特点。解答题都是采取“分步设问,梯次递进”的设置方式,一般设置两到三个小问,第一小问较容易,后面的小问则对考生能力要求较高,第一问为后面几问搭台阶,体现入手容易深入难、鼓励考生信心的特点,让考生在考场上以平和的心态进入最佳的状态。同时为能力强的考生提供发挥的空间,为高水平大学选拔新生提供有效的依据。

例5:已知函数 $f(x) = e^x - e^{-x} - 2x$.

(I)讨论 $f(x)$ 的单调性;

(II)设 $g(x) = f(2x) - 4bf(x)$,当 $x > 0$ 时, $g(x) > 0$,求 b 的最大值;

(III)已知 $1.4142 < \sqrt{2} < 1.4143$,估计 $\ln 2$ 的近似值(精确到 0.001) .

试题采用分步设问,层层递进,(I)比较容易,同时为(II)做铺垫,(II)又为(III)做铺垫,考查由浅入深,对思维的深度和广度的要求逐步提高。试题从多角度考查了利用导数研究函数性质以及运用导数的基础知识解决问题,对考生的逻辑推理能力、运算求解能力提出较高要求,突出考查了考生运用已有结果和数据分析并解决问题的能力,试题区分度高,可以较好考查学生进一步学习的潜能。

总之,2014年的数学试题充分体现高考改革的精神,追求试题创新,突出能力立意,发挥选拔功能。

参考文献

- [1] 教育部基础教育司组织编写. 新课程与学生评价改革[M]. 北京: 高等教育出版社, 2004.
- [2] 中华人民共和国教育部制订. 普通高中数学课程标准(实验) [M]. 北京: 人民教育出版社, 2003.
- [3] 教育部考试中心. 2014年普通高等学校招生全国统一考试大纲(课程标准实验)[M]. 北京: 高等教育出版社, 2014.
- [4] 教育部考试中心. 2014年普通高等学校招生全国统一考试大纲的说明(课程标准实验)[M]. 北京: 高等教育出版社, 2014.

Extrude logical Reasoning and Strengthen Application Ability: An Analysis of Mathematics Paper of College Entrance Examination in 2014

CHEN Xu

Abstract: 2014 math subject in the National College Entrance Examination (NCEE) emphasizes ability, encourages innovation while following conventional guidance. NCEE reflects the spirit of the New Course Standard. It reveals the characteristics of scientificity, standardization, and fundamentalization. This exam reflects the direction of NCEE reform, emphasize the reflection of logic process, value the consciousness of application and innovation. It also distinguishes examinees effectively and therefore it helps select personnel in a scientific manner, lead a healthy trend in students' personal development, help enhance social equality and justice.

Keywords: College Entrance Examination; Mathematics Items; Ability Testing

(责任编辑 周黎明)